# 矩形波导中插入圆腔结构的 S 参数计算

## 丁振宇 洪 伟

(东南大学毫米波国家重点实验室,南京 210096)

摘 要 矩形波导连接圆腔的不连续性结构可以用于设计高指标的滤波器.本文使 用模式匹配法结合点配技术对这种结构进行了较为精确的分析,计算得到了其广义 散射参数,并与 Ansoft 的 Maxwell Eminence 软件计算结果比较分析.

关键词 波导不连续性;模式匹配法;波导滤波器

**分类号** TN814

## 1 矩形波导连接圆腔结构模型

构成波导结构的滤波器,必须在波导中引入不连续性.例如,在矩形波导中插入 E 面金属 膜片或金属杆不连续性以构成滤波器.许多数值分析方法,如变分法、矩量法、模式匹配 法<sup>[1~4]</sup>,直线法等被用于波导不连续性<sup>[3,4]</sup>的分析.对于如图 1 所示矩形波导-圆腔不连续性问 题,由于涉及到直角和圆柱 2 种座标间变换,关于其散射参数的计算还缺乏比较精确有效的分 析.本文采用模式匹配法和点配法精确地计算了这种不连续性结构的广义散射参数.



图 1 矩形波导连接圆腔结构模型

### 2 分析方法和原理

由图 1 可以看出,这种结构在 z 和 x 方向都具有对称性. 使用 TE<sub>10</sub>模激励,可以在 x = 0 处 置一磁壁;采用奇偶模激励分析,可以在 z = 0 平面置一电壁(EW)或磁壁(MW). 这样仅需分析 整个结构的 1/4. 设定参考平面在 z = 0 处,求出奇偶模激励时的反射系数  $S_{11}$ ,和  $S_{11}$ ,后,整个 结构的散射系数可以由下式求得:

#### 收稿日期:1999-06-28. 第一作者:男,1975年生,博士研究生.

(8)

$$S_{11} = \frac{1}{2} (S_{11_{e}} + S_{11_{o}})$$

$$S_{12} = \frac{1}{2} (S_{11_{e}} - S_{11_{o}})$$

$$S_{21} = S_{12}, S_{22} = S_{11}$$
(1)

采用模式匹配法进行分析,首先将区域 I和 II 中的场分量用模式展开.在矩形波导区域 I中,对 TE<sup>®</sup>和 TM<sup>®</sup>模,将场分量用 Hertz 位表示:、

$$E = -j \quad \mu \nabla^{h} \quad \mathbf{x} z + \nabla \frac{\partial^{e}}{\partial z} + k^{2} \quad e^{e} z$$

$$H = j \quad \nabla^{e} \quad \mathbf{x} z + \nabla \frac{\partial^{h}}{\partial z} + k^{2} \quad h^{2} z$$

$$(2)$$

在 x o z 座标系中, °和 <sup>h</sup>分别展开为如下形式:

7

$$\stackrel{e}{=} \frac{C_{1mn} \left( V_{mn}^{e+} e^{-j m_{mn}^{e} z} - V_{mn}^{e-} e^{j m_{mn}^{e} z} \right) \cos \frac{(2m+1) x}{a} \sin \frac{\sin(n+1) y}{b} }{b}$$

$$\stackrel{h}{=} \frac{C_{2mn} \left( V_{mn}^{h+} e^{-j m_{mn}^{e} z} + V_{mn}^{h-} e^{j m_{mn}^{e} z} \right) \sin \frac{(2m+1) x}{a} \cos \frac{n y}{b} }{b}$$

$$(3)$$

式中, C<sub>1mm</sub>和 C<sub>2mm</sub>为归一化系数.

$$C_{1mn} = \frac{2}{j \stackrel{e}{mn} k_{cmn}^{e} \sqrt{ab} \sqrt{Y_{mn}^{e}}}$$

$$C_{2mn} = \frac{2}{j \frac{\mu k_{cmn}^{h} \sqrt{ab} (1 + n0) \sqrt{Y_{mn}^{h}}}{\sqrt{(2 - 1)^{2} (1 + n0) \sqrt{Y_{mn}^{h}}}}$$

$$(4)$$

$$k_{cmn}^{e} = \sqrt{\frac{(2m+1)}{a}^{2} + \left(\frac{(n+1)}{b}\right)^{2}}$$

$$k_{cmn}^{h} = \sqrt{\frac{(2m+1)}{a}^{2} + \left(\frac{n}{b}\right)^{2}}$$
(5)

式中,  $k_{cmn}^{e}$ 和  $k_{cmn}^{h}$ 分别为 TM<sup>z</sup>和 TE<sup>z</sup> 模的截止波数;  ${}^{e}_{mn}$ 和  ${}^{h}_{mn}$ 则分别是 TM<sup>z</sup>和 TE<sup>z</sup> 模的传播 常数;  $Y_{mn}^{e} = \frac{}{}_{mn}^{e}$ ,  $Y_{mn}^{h} = \frac{}{\mu}^{h}$ 分别是 TM<sup>z</sup>和 TE<sup>z</sup> 模的波导纳. 另外  ${}_{n0} = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n & 0 \end{cases}$  (6)

式(6)为 Kronecher Delta 因子.

由式(2) 和式(3) 得到  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ 和  $H_x$ ,  $H_y$ ,  $H_z$ 在  $x \circ z$  座标系中的展开式,使用坐标变换:  $x = \cos \phi$ (7)

$$z = w - \sin \frac{\phi}{R}$$
  
$$w = \sqrt{R^2 - (a/2)^2}$$

式中 以及

$$E_{\phi} = - E_x \sin \phi - E_z \cos \phi$$
$$H_{\phi} = - H_x \sin \phi - H_z \cos \phi$$

就可以把矩形波导中场分量和圆腔中的场分量都统一到圆柱座标下.

在圆柱腔区域 中,对 TE<sup>y</sup>和 TM<sup>y</sup>模,将场分量用 Hertz 位表示,即

$$E = -j \quad \mu \nabla^{h} \mathbf{x} \mathbf{y} + \nabla \frac{\partial^{e}}{\partial y} + k^{2} e^{e} \mathbf{y}$$

$$H = j \quad \nabla^{e} \mathbf{x} \mathbf{y} + \nabla \frac{\partial^{h}}{\partial y} + k^{2} e^{h} \mathbf{y}$$

$$(9)$$

在圆柱座标系中, °和 <sup>h</sup>分别展开为如下形式:

$$E^{e} = \prod_{m=0 \ n=0} A_{mn} J_{m}(m, k_{n}^{e}) \cos \frac{n-v}{h} \sin(m\phi) \qquad \text{EW}$$

$$\cos(m\phi) \qquad \text{MW}$$

$$(10)$$

$$\begin{array}{l} h = & B_{mn}J_m(m, k_n^h) \sin \frac{(n+1) - y}{h} \cos (m \phi) & EW \\ \sin (m \phi) & MW \end{array}$$

$$\begin{array}{l} h = & k_n^2 - \left(\frac{n}{h}\right)^2, k_n^h = k^2 - \left(\frac{(n+1)}{h}\right)^2 & MW \end{array}$$

$$\begin{array}{l} m = \begin{cases} 2m + 1 & EW \\ 2m + 1 & EW \\ m = \begin{cases} 2m + 1 & EW \\ 2m + 1 & EW \\ 2m + 1 & EW \end{cases}$$

式中

 $m = \begin{bmatrix} 2m & MW' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m + 2 & MW \end{bmatrix}$ 由式(9) 和式(10) 可以得到  $E_y$ ,  $H_y$  和  $E_{\phi}$ ,  $H_{\phi}$  在圆柱座标系里的展开式.

区域 I, 中的切向场分量都已展开为各自的模式函数,将它们在区域边界上匹配(图 2),



#### 图 2 匹配切向场分量的区域边界

得到以下各式:

7

$$E_{y} = \begin{cases} E_{y}^{I} & \text{ ît } S_{c1} \perp \\ 0 & \text{ it } S_{c2} \text{ it } S_{e} \perp \\ 0 & \text{ it } S_{c2} \text{ it } S_{e} \perp \\ E_{\phi} = \begin{cases} E_{\phi}^{I} & \text{ it } S_{c1} \perp \\ 0 & \text{ it } S_{c2} \text{ it } S_{e} \perp \\ 0 & \text{ it } S_{c2} \text{ it } S_{e} \perp \\ H_{y} = H_{y}^{I} & \text{ it } S_{c1} \perp \\ H_{\phi} = H_{\phi}^{I} & \text{ it } S_{c1} \perp \\ \end{cases}$$
(11a)
(11b)
(11b)
(11c)
(11c

将式(3)和式(10)中的模式数截取到 MN,并且对式(11a)和式(11b)沿 Φ和y方向都使用区域 中的模式函数内积;对式(11c)和式(11d)沿Φ方向采用点配技术,沿y方向使用区域I中的 模式函数内积.将得到如下矩阵方程:

$$U_{1} A = U_{2} V^{e^{+}} + U_{3} V^{e^{-}} + U_{4} V^{h^{+}} + U_{5} V^{h^{-}}$$

$$U_{6} A + U_{7} B = U_{8} V^{e^{+}} U_{9} V^{e^{-}} + U_{10} V^{h^{+}} + U_{11} V^{h^{-}}$$

$$U_{12} B = U_{13} V^{e^{+}} + U_{14} V^{e^{-}} + U_{15} V^{h^{+}} + U_{16} V^{h^{-}}$$

$$U_{17} A + U_{18} B = U_{19} V^{e^{+}} + U_{20} V^{e^{-}} + U_{21} V^{h^{+}} + U_{22} V^{h^{-}}$$
(12)

式中, A = (A<sub>00</sub>, A<sub>01</sub>, ..., A<sub>0N</sub>, A<sub>10</sub>, A<sub>11</sub>, ..., A<sub>mn</sub>, ..., A<sub>MN</sub>)<sup>T</sup>等. 消去 A 和 B, 将式(12) 转化成如下 形式:

7

(13)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}^{\mathbf{h}} \\ \mathbf{V}^{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11\mathbf{h}\mathbf{h}} & S_{11\mathbf{h}\mathbf{e}} \\ S_{11\mathbf{e}\mathbf{h}} & S_{11\mathbf{e}\mathbf{e}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}^{\mathbf{h}+} \\ \mathbf{V}^{\mathbf{e}} \end{bmatrix}$$

便可得奇模和偶模激励时的反射系数 S110 和 S11e,从而得到整个结构的广义散射系数.

## 3 结果分析和结论

当圆柱腔高 h 与波导高度 b 相等时就退化为一个二维问题, 计算结果如图 3 所示. 关于非 等高度的三维结构的计算结果如图 4 所示,给出了模式正配法取 2 种模式数的结果. 图中同时



图 4 三维结构的 S 参数



给出了 Ansoft 软件的计算结果.通过比较可以验证模式匹配法的正确性,S 参数在 - 10 dB 以下和 Ansoft 结果有一定的差异.作者认为本文使用的模式匹配法比 Ansoft 使用的有限元法更为精确可靠,因为 Ansoft 使用一个"自适应点(adaptive point)"的剖分结构来计算整个频带,除去

# 该点外,其他频点的精度很难保证.从 S 参数的曲线变化可以看出,这类波导中引入圆腔的结构具有较好的滤波特性,很容易构成高性能的滤波器.



- Hong Wei, Li Sifan. Theoretical and experimental investigations on millimeter wave broadband harmonic oscillators. Science in China (Series A), 1990, 33(7): 887 ~ 896
- 2 Mitter R, YurrLH, Jamnejad V. Analysis of open dielectric waveguides using mode matching technique and variational methods. IEEE Trans, Microwave Theory Tech, 1980, MTT - 28(1): 36 ~ 43
- 3 Copplestione R J. An exact three dimensional field theory for a class of cyclic Hplane waveguide junction. IEEE Trans Microwave Theory Tech., 1979, MTT - 27(6): 577 ~ 584
- 4 Bornemann J , Arndt F. Modal S-Matrix design of optimum stepped ridged and finned waveguide transformers. IEEE Trans Microwave Theory Tech , 1987 , MTT - 27(6) : 561 ~ 567

## S-Parameters of Waveguide Inserted in Cylindrical Cavity Structure

Ding Zhenyu Hong Wei

(State Key Laboratory of Millimeter Wave, Southeast University, Nanjing 210096)

**Abstract :** The discontinuities of waveguide-cylindrical cavity can be applied to designing high quality filter. The mode-matching technique together with point matching is employed for computing the general-ized scattering parameters of this structure. The method is verified by comparison with the results from Ansoft 's Maxwell Eminence.

Key words: waveguide discontinuity; mode-matching technique; waveguide filter

46